التمرين 1 (4 ن)

المطلوب اختيار الإجابة الصحيحة من بين الإجابات الثلاث المقترحة مبررا الاختيار.

		أ	ب	ج
1	$\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^x$ تساوي :	1	e	$\frac{1}{e}$
2	احد حلول المعادلة التفاضلية $y''+4e^{-2x}=0$ هو الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$:	$y=-e^{-2x}$	$y=\frac{2}{e^{2x}}$	$y=\frac{-2}{e^{2x}}$
3	قسم يتكون من 18 تلميذا و 12 تلميذة نريد تشكيل لجنة تضم رئيسا و نائبا و أمينا ، عدد اللجان بحيث يكون الرئيس ولدا و الأمين بنتا هو	6084	6048	4068
4	لتكن $f(x)=8x^3+1$ ، الدالة الأصلية لـ f التي تنعدم من أجل $x=1$ معرفة بـ	$F(x)=x^4+1$	$F(x)=3x^4+1$	$F(x)=2x^4+x-3$

التمرين 2 (4 ن)

يحتوي صندوق U_1 على سبع كريات منها خمس حمراء مرقمة بـ 1 ، 1 ، 1 ، 0 ، 2 و كريتين خضراوين مرقمة بـ 1 ، 0 و يحتوي صندوق U_2 على سبع كريات منها ثلاث حمراء مرقمة بـ 2 ، 2 ، 1 و اربعة خضراء مرقمة بـ 2 ، 1 ، 0 ، 0 (الكريات لا نفرق بينها باللمس).

نرمي زهر نرد غير مزيف ذو ستة اوجه مرقمة من 1 الى 6، بحيث اذا ظهر الرقمان 2 و 4 نسحب عشوائيا كريتين من الصندوق U_1 على التوالي دون ارجاع ،و في باقي الحالات

نسحب كريتين في آن واحد من الصندوق U_2 .

1) لتكن الحادثتين A و B حيث :

A " سحب كريتين من نفس اللون" .
B : "سحب كريتين من نفس الرقم "
أحسب $P(A)$ و $P(B)$ احتمال A و B على الترتيب.

2) هل الحادثتين A و B مستقلتين ؟ علل.

3) علما أن الكريتين المسحوبتين من نفس الرقم ،ما هو احتمال أن تكون الكرتين المسحوبتين من الصندوق U_1 .

4) نعيد التجربة حيث نسحب الآن من U_1 كرتين في آن واحد و نضعها في الصندوق U_2 ، ثم نسحب كرتين على التوالي دون ارجاع من U_2 .

نعتبر المتغير العشوائي X الذي يرفق بكل سحب الكرات الحمراء المسحوبة.

أ) عين قيم المتغير العشوائي X .

ب) عين قانون احتمال المتغير العشوائي X .

ج)أحسب الأمل الرياضياتي $E(X)$.

التمرين 3 (5 ن)

I)نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة على $\mathbb{N}$ كما يلي: $u_0=1$ و $u_{n+1}=\frac{2}{3}u_n+\frac{4}{3}$

1) ارسم في معلم متعامد و متجانس $\left(O;\vec{i};\vec{j}\right)$ المنحنى (C_f) الممثل للدالة f المعرفة على $\mathbb{R}$ حيث: $f(x)=\frac{2}{3}x+\frac{4}{3}$ و المستقيم (Δ) ذو المعادلة $y=x$

2) مثل على محور الفواصل الحدود u_0 ، u_1 ، u_2 باستعمال الرسم السابق و دون حساب الحدود.

3) ضع تخمينا حول اتجاه تغير المتتالية (u_n) و تقاربها .

4) برهن بالتراجع أنه و من أجل كل عدد طبيعي n أن: $1\le u_n<4$

5) ادرس اتجاه تغير المتتالية (u_n) .

II) نعتبر (v_n) المتتالية المعرفة على $\mathbb{N}$ بالعلاقة $v_n=u_n+\alpha$ حيث α عدد حقيقي غير معدوم .

1) عين قيمة α حتى تكون (v_n) متتالية هندسية يطلب تعيين أساسها q و حدها الأول v_0

- نضع $\alpha=-4$

أ) اكتب v_n بدلالة n ثم استنتج u_n بدلالة n.

ب) تحقق من صحة تخمينك حول تقارب المتتالية (u_n) .

ج) أحسب بدلالة n المجموع : $S_n=u_0+u_1+....+u_n$

التمرين 4 (7 ن)

I) g دالة عددية معرفة على المجال $]0\ ,\ +\infty[$ بـ : $g(x)=x^2-2+\ln x$

1)أدرس تغيرات الدالة g.

2) بيّن أن المعادلة $g(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α من المجال $[1\ ;1.5]$

3) استنتج حسب قيم x إشارة $g(x)$.

II) نعتبر الدالة f المعرفة على $]0\ ,\ +\infty[$ كما يلي : $f(x)=\dfrac{x^2+1-\ln x}{x}$

و(C_f) تمثيلها البياني في المستوي المنسوب إلى معلم متعامد و متجانس $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أحسب نهايات الدالة f عند حدود أطراف مجال تعريفها. ماذا تستنتج ؟.

2) بيّن أنه من أجل كل x من المجال $]0\ ,\ +\infty[$ فإن: $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$

3) استنتج اتجاه تغير الدالة f ثم شكل جدول تغيرات الدالة f.

4) بيّن أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) ثم أدرس الوضعية النسبية للمنحني (C_f) والمستقيم (Δ).

5) بيّن أن $f(\alpha)=2\alpha-\dfrac{1}{\alpha}$ ثم أعط حصرا للعدد $f(\alpha)$

6) أنشئ (C_f) و (Δ) .

7) أ) جد الدالة الأصلية للدالة : $x\mapsto(1-\ln x)\dfrac{1}{x}$ و التي تنعدم من أجل $x=e$

ب) أحسب المساحة $S(\alpha)$ مساحة الحيز المستوي المحدد بالمنحنى (C_f) و المستقيمات التي معادلاتها: $x=\alpha,\ x=1\ ,\ y=x$ حيث α العدد المشار إليه في الجزء I

ج) تحقق أن: $S(\alpha)=\dfrac{\alpha^2(2-\alpha^2)}{2}$

التنقيط	الحل	رقم التمرين
1 ن 1 ن 1 ن 1 ن	**1)** $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(1+\frac{1}{x}\right)^{x}$ تساوي: e اذن **الجواب الصحيح هو ب)** **2)** احد حلول المعادلة التفاضلية $y'' + 4e^{-2x} = 0$ هو الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$: هو $y = -e^{-2x}$ اذن **الجواب الصحيح هو أ)** **3)** قسم يتكون من 18 تلميذا و 12 تلميذة نريد تشكيل لجنة تضم رئيسا و نائبا و أمينا ، عدد اللجان بحيث يكون الرئيس ولدا و الأمين بنتا هو 6048 اذن **الجواب الصحيح هو ب)** **4)** لتكن $f(x)=8x^3+1$ ، الدالة الأصلية لـ f التي تنعدم من أجل $x=1$ معرفة بـ $F(x)=2x^4+x-3$ اذن **الجواب الصحيح هو ج)**	**التمرين 1**

التمرين 2

ملاحظة : في هذة الحالة كل صندوق له إحتمال سحب حيث $P(U_1)=\frac{1}{3}$ و $P(U_2)=\frac{2}{3}$.

0.5 ن

عدد الحالات الممكنة للسحب من الصندوق U_1 هي : $A_7^2=\boxed{42}$ و من الصندوق U_2 هي : $C_7^2=\boxed{21}$.

❶ حساب إحتمالات الحوادث :

0.5 ن

$P(A)=29/63 \quad ; P(B)=17/63$

0.5 ن

2) الحادثتين A و B غير مستقلتين لأن

لدينا $P(A\cap B)=\frac{7}{63}$ و منه

$P(A)\times P(B)\neq P(A\cap B)$

0.75 ن

3) علما أن الكريتيين المسحوبتين من نفس الرقم ،ما هو احتمال أن تكون الكرتين المسحوبتين من الصندوق U_1 .

$P_B(U_1)=\frac{P(U_1\cap B)}{P(B)}=\frac{7}{17}$.

4)أ) تعيين قيم المتغير العشوائي X .

قيم المتغير العشوائي X هي : $\{0,1,2\}$.

0.75 ن

$P(X=0)=\frac{C_5^2}{C_7^2}\times\frac{A_4^2}{A_9^2}+\frac{C_2^2}{C_7^2}\times\frac{A_6^2}{A_2^9}+\frac{C_5^1C_2^1}{C_7^2}\times\frac{A_5^2}{A_9^2}=\boxed{\frac{175}{756}}$.

0.5 ن

ب) تعيين قانون احتمال المتغير العشوائي X

$P(X=1)=\frac{C_5^2}{C_7^2}\times\frac{\boxed{2}\times A_4^1A_5^1}{A_9^2}+\frac{C_2^2}{C_7^2}\times\frac{\boxed{2}\times A_6^1A_3^1}{A_2^9}+\frac{C_5^1C_2^1}{C_7^2}\times\frac{\boxed{2}\times A_4^1A_5^1}{A_9^2}=\boxed{\frac{418}{756}}$.

$p(X=2)=\frac{C_5^2}{C_7^2}\times\frac{A_5^2}{A_9^2}+\frac{C_2^2}{C_7^2}\times\frac{A_3^2}{A_2^9}+\frac{C_5^1C_2^1}{C_7^2}\times\frac{A_4^2}{A_9^2}=\boxed{\frac{163}{756}}$.

0.75 ن

2	1	0	$X=x_i$
$\frac{163}{756}$	$\frac{418}{756}$	$\frac{175}{756}$	$P(X=x_i)$

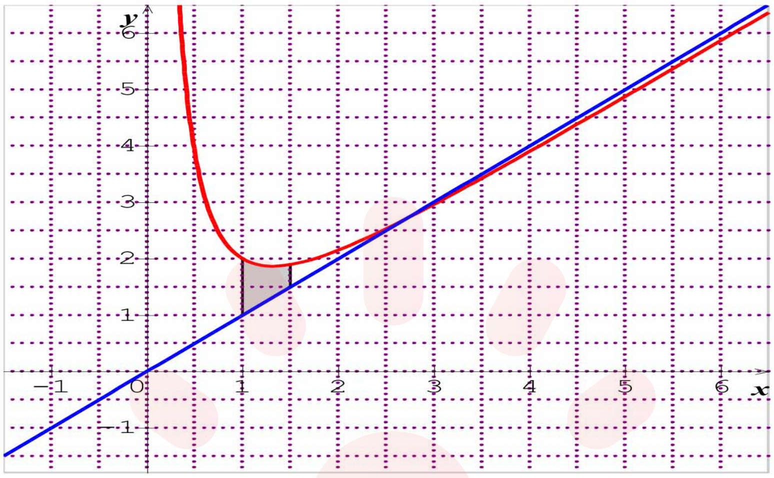
ج) الأمل الرياضياتي $E(X)$

0.25 ن

$E(X)=\frac{744}{756}\cong 0.9$

التمرين 3	1) الرسم	0.5 ن
	2) تمثيل على محور الفواصل الحدود : u_0 ، u_1 ، u_2	0.5 ن
	التخمين : يبدو أن (u_n) متزايدة و متقاربة نحو العدد 2	0.25 ن
	استعمال الاستدلال بالتراجع لإثبات : $1 \leq u_n \leq 4$	0.5 ن
	اتجاه التغير (u_n) : (u_n) متتالية متزايدة	0.5 ن
	(u_n) متزايدة و محدودة من الأعلى بـ 4 فهي متقاربة	0.5 ن
	3) (v_n) هندسية من أجل $\alpha = -4$ $q = \frac{2}{3}$ و $v_0 = -3$	0.5 ن
	4) أ) $v_n = -3\left(\frac{2}{3}\right)^n$ ، $u_n = -3\left(\frac{2}{3}\right)^n + 4$	0.75 ن
	ب) $\lim_{n \to +\infty} u_n = 4$	0.5 ن
	جـ) $S_n = 9\left[\left(\frac{2}{3}\right)^{n+1} - 1\right] + 4(n+1)$	0.5 ن

التمرين 4	1) النهايات	0.5 ن
	$\lim\limits_{x\to+\infty} g(x) = +\infty$ $\lim\limits_{\substack{x\to0\\ >}} g(x) = -\infty$	
	ب) $g'(x)=2x+\frac{1}{x}$ ومنه $g'(x)>0$ إذن هي دالة متزايدة تماما على المجال	0.25 ن
	] 0 , +∞[	0.25 ن
	جدول التغيرات	0.5 ن
	2) مبرهنة القيم المتوسطة	0.5 ن
	إشارة $g(x)$	
	سالبة على المجال]0 ; α] و موجبة على المجال [α ; +∞ [	0.5 ن
	II) 1) $f'(x)=\frac{g(x)}{x^2}$	
	إشارة $f'(x)$ من إشارة $g(x)$	0.25 ن
	f متناقصة على $]0;\alpha]$ و f متزايدة على $[\alpha;+\infty[$	
	2) النهايات	0.5 ن
	$\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ $\lim\limits_{\substack{x\to0\\ >}} f(x) = +\infty$	
	جدول التغيرات	0.5 ن
	3) $\lim\limits_{x\to+\infty}[f(x)-x]=0$	0.5 ن
	(d) ذو المعادلة : $y=x$ مقارب لـ (c_f)	
	$f(x)-y=\frac{1-\ln x}{x}$	
	(c_f) فوق (d) على $]0;e[$ و (c_f) تحت (d) على $]e;+\infty[$	0.5 ن
	$(c_f)\cap(d)=\{(e;e)\}$	
	4) إثبات أن : $f(\alpha)=2\alpha-\frac{1}{\alpha}$ والحصر: $1<f(\alpha)<\frac{7}{2}$	0.75 ن

0.5 ن	5) الرسم 	
0.5 ن	6) أ) الدالة الأصلية h : $h(x)=\ln x-\frac{1}{2}(\ln x)^2-\frac{1}{2}$	
	ب) $S_{(\alpha)}=\int_1^{\alpha}[f(x)-x]dx=\frac{(2-\ln\alpha)\ln\alpha}{2}$	
0.5 ن	جـ) $\ln\alpha=2-\alpha^2$ و $S_{(\alpha)}=\frac{\alpha^2(2-\alpha^2)}{2}$	